Przedmiotowy system oceniania wraz z określeniem wymagań edukacyjnych.
Matematyka
Zakres podstawowy i rozszerzony
Liceum Ogólnokształcące w Sadownem.
Zgodny z nową podstawą programową

Wrzesień 2024

Wyróżniamy następujące wymagania programowe: **konieczne (K)**, **podstawowe (P)**, **rozszerzające (R)**, **dopełniające (D)** i wyk**raczające poza program nauczania (W)**. Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym, na ocenę **dopuszczającą (2)**, **dostateczną (3)**, **dobrą (4)**, **bardzo dobrą (5)** lub ce**lującą (6)**.

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Poniżej przedstawione zostały szczegółowe wymagania dla zakresu podstawowego i rozszerzonego. Nauczyciel ma prawo dostosować wymagania do specyfiki klasy.

Pogrubieniem oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

Klasa 1

1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom konieczny **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)
• wskazuje liczby podzielne np. przez 2, 3, 4, 5, 9, 10
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej
• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami wymiernymi
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb wymiernych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość

pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia (proste przypadki)
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
• oblicza wartość potęgi o wykładniku wymiernym w prostych przypadkach
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
• szacuje wartości liczb niewymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie w prostych przypadkach
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• oblicza logarytm liczby
• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
• oblicza procent danej liczby
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent

Poziom podstawowy **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• porównuje liczby niewymierne
• podaje przykład liczby niewymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
• zamienia ułamki np. 0,(2); 0,(02) na ułamki zwykłe
• wykonuje działania łączne w zbiorach liczb rzeczywistych
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{5}$
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w prostych przypadkach
• zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi w prostych przypadkach
• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych

Poziom rozszerzający **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb w prostych przypadkach
• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych, np. $\sqrt{15}$
• wyłącza czynnik przed pierwiastek dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
• stosuje działania na pierwiastkach do obliczania pól czworokątów
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe

Poziom dopełniający **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb i reszt z dzielenia (trudniejsze przypadki)
• wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w rozcięciu dziesiętnym okresowym danej liczby
• przeprowadza dowody twierdzeń o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń

Poziom **wykraczający (W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• wymienia elementy danego zbioru
• posługuje się pojęciem iloczynu, sumy zbiorów
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza iloczyn, sumę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do usunięcia niewymierności z mianownika ułamka, gdy w jego mianowniku jest liczba postaci $a\sqrt{b}$
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $\lvert x\rvert = a, \lvert x\rvert < a$

Poziom **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K)oraz dodatkowo:

• posługuje się pojęciem podzbiór
• opisuje symbolicznie dane zbiory w prostych przypadkach
• podaje przykłady elementów nie należących do danego zbioru
• wyznacza różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza ją na osi liczbowej
• rozwiązuje nierówności liniowe
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania równań i nierówności
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $\lvert x-3\rvert = 3,\ \lvert x+4\rvert \leq 1$

Poziom **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych

• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach $a+b\sqrt{c}$
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b\pm c\sqrt{d}}$
• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną, w tym stosuje własność $\sqrt{x^2}=x \ \vee$
• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej
• wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Poziom **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w trudniejszych przypadkach
• upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
• opisuje przedziały liczbowe za pomocą wartości bezwzględnej
• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu $\left\|2x-3\right\|=5, \left\|3x+1\right\|>7, \sqrt{x^2+4x+4}\le 2$
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
• dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształceń wyrażeń algebraicznych, nierówności i własności wartości bezwzględnej

3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników, gdy równania układu są uporządkowane (proste przypadki)
• rozpoznaje układ oznaczony, nieoznaczony oraz sprzeczny

Poziom **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników
• określa, czy dany układ równań jest sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia

Poziom **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w zależności od wartości parametrów
• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
• stosuje układy równań do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym układy równań z trzema niewiadomymi
• stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych

4. FUNKCJE

Poziom **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
• poprawnie stosuje pojęcia: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej

wartości funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji w prostych przypadkach
• sprawdza algebraicznie, czy punktu o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
• sporządza wykresy funkcji: $y=f(x-p)$, $y=f(x)+q$, $y=f(x-p)+q$, gdyn dany jest wykres funkcji $y=f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K)oraz dodatkowo:

• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie oraz nieujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
• rysuje wykres funkcji danej wzorem
• oblicza współrzędne wektora
• sporządza wykresy funkcji: $y=-f(x)$, $y=f(-x)$, na podstawie danego wykresu funkcji $y=f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu

Poziom **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• uzasadnia, dobierając odpowiednio argumenty, że funkcja nie jest monotoniczna
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x)<m$, $f(x)>m$, $f(x)\leq m$, $f(x)\geq m$ dla ustalonej wartości m
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów

• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor w prostych przypadkach
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu
• stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x)=g(x)$, $f(x)<g(x), f(x)>g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
• szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji $y=f(x)$
• uzasadnia monotoniczność funkcji opisanej nieskomplikowanym wzorem na podstawie definicji

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia, że funkcja np. $f(x)=\frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje proste równoległe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli dane są współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne

Poziom**(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej

• oblicza argument, dla którego funkcja liniowa przyjmuje daną wartość
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• rozpoznaje proste prostopadłe wśród prostych opisanych równaniami kierunkowymi
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozwiązuje układ równań metodą graficzną
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• opisuje równaniem wielkości wprost proporcjonalne

Poziom **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** , jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe
• analizuje własności funkcji liniowej

Poziom**(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• oblicza, dla jakich wartości parametru dwie proste są prostopadłe
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• stosuje warunek równoległości, prostopadłości prostych w dowodach własności figur
• rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem
• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
• udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

6. PLANIMETRIA

Poziom **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków wielokątów podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa

Poziom **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• uzasadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa

Poziom **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem przystawania trójkątów
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia, korzystając z przystawania trójkątów

Poziom **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o mierze kąta zewnętrznego trójkąta
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia korzystając z podobieństwa trójkątów
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur

7. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom **(K)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x)=ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej danej wzorem w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x)=ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktu przecięcia paraboli z osią OY
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje, gdy $a=1$
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje uporządkowane nierówności kwadratowe

Poziom**(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu, gdy $a=1$
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki
• rozwiązuje równania kwadratowe stosując wzory skróconego mnożenia
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osią OX
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
• rozwiązuje nierówności kwadratowe

Poziom **(R)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** , jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności

• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania tekstowe stosując własności funkcji kwadratowej

Poziom**(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
• wyznacza dziedzinę funkcji, w której pod pierwiastkiem występuje trójmian kwadratowy
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

Klasa 2.

1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
• wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
• rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach
• wyprowadza wzory Viète'a

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem

2. WIELOMIANY

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x-a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r$
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x-a$ bez wykonywania dzielenia
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
• szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• określa stopień wielomianu w zależności od parametru
• oblicza sumę współczynników wielomianu
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
• wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory $a^n-1=(a-1)\left(a^{n-1}+\ldots+1\right)$ oraz $a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}\cdot b+\ldots+a\cdot b^{n-2}+b^{n-1}\right)$
• stosuje wzory $a^3\pm b^3$ do usuwania niewymierności

z mianownika
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x-p)(x-q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x-a$, stosując schemat Hornera
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x-a$
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych wielomianu w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x-a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a\neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\neq 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\neq 0$, aby otrzymać wykres $y=\frac{a}{x-p}+q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y=\frac{a}{x-p}+q$
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci

kanonicznej
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
• rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
• mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
• rozwiązuje równania i nierówności wymierne
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych
• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności

4. TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^o-\alpha)=\sin\alpha$, $\cos(180^o-\alpha)=-\cos\alpha$ $\operatorname{tg}(180^o-\alpha)=-\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}(180^o-\alpha)=-\operatorname{ctg}\alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P=\frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a: $P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^o-\alpha$
• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub

cotangens kąta
• uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
• wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$
• wyprowadza wzór $P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia niektóre własności czworokątów

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

5. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach

• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności

6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

– zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności

• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $\log_2 3$

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu

Klasa 3.

1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360° + \alpha, k \in Z$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90° \pm \alpha$, gdzie $k \in Z$
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°
• stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych –

w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań trygonometrycznych
• wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej
• obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności

2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną w prostych przypadkach
• wykonuje działania na wektorach
• sprawdza, czy wektory są równoległe
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

3. CIĄGI
Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1}ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego

• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• podaje granice ciągów $a_n=q^n$, gdy $q\in(-1;1)$, $a_n=\frac{1}{n^k}$, gdy $k>0$ oraz $a_n=\sqrt[n]{a}$, $gdy\ a>0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n=q^n$ dla $q>1$ oraz $a_n=n^k$ dla $k>0$
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
• uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
• wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
• wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
• stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
• stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
• podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
• szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y=\sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodne funkcji
• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
• wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

5. STATYSTYKA

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

Klasa 4.

1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza liczbę kombinacji –w prostych sytuacjach
• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernulliego
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
• udowadnia wzór Bayesa
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach
• na rysunku sześcianu lub ostrosłupa prawidłowego zaznacza przekroje – w prostych sytuacjach
• oblicza pole danego przekroju sześcianu lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
• przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej
• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów

• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach
• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych
• przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
• stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań
• oblicza pola przekrojów sześcianu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach

3. BRYŁY OBROTOWE

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
• zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli
• oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
• wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach
• wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań
• opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych
• wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego

4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom **(K)** lub **(P)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych
• przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy
• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom **(R)** lub **(D)**
Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną
• stosuje metodę równoważnego przekształcenia tezy – w trudnych sytuacjach
• przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom **(W)**
Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)

5. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane powyżej.